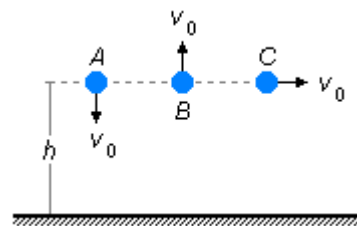


Três esferas idênticas são lançadas de uma mesma altura h com velocidades de mesmo módulo. A esfera A é lançada verticalmente para baixo, B é lançada verticalmente para cima e C é lançada horizontalmente. Qual delas chega ao solo como maior velocidade em módulo (despreze a resistência do ar).



Dados do problema

- velocidade de lançamento: v_0 ;
- altura do ponto de lançamento: h .

Solução

- Esfera A

Adotando-se um Nível de Referência (N.R.) no solo e usando o *Princípio da Conservação da Energia Mecânica*, temos que, inicialmente a esfera possui *Energia Potencial* (E_P^I), devido a altura de onde é lançada em relação ao referencial e *Energia Cinética* (E_C^I), devido a velocidade inicial com que é lançada (v_0). Quando atinge o solo sua *Energia Potencial* é nula, pois a altura em relação ao referencial é zero, e possui *Energia Cinética* (E_C^F), devido a velocidade com que chega ao solo, assim podemos escrever (figura 1)

$$E_M^I = E_M^F$$

$$E_P^I + E_C^I = E_C^F$$

$$m g h + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$

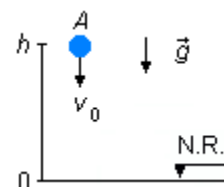


figura 1

simplificando a massa m em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2 g h + v_0^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h} \quad (I)$$

- Esfera B

O movimento da esfera se divide em duas partes, a primeira é um lançamento vertical para cima, a esfera sobe até uma altura H , onde sua velocidade se anula, então começa a segunda parte do movimento que é uma queda livre a partir do repouso.

Na primeira parte (figura 2-A) a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P1}^I), devido a altura de que é lançada e *Energia Cinética* (E_{C1}^I) da velocidade inicial de lançamento. Quando atinge a altura H a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P1}^F), mas como a velocidade se anula para começar a cair, sua *Energia Cinética* (E_{C1}^F) é zero, a altura atingida pela esfera será

$$E_{M1}^I = E_{M1}^F$$

$$E_{P1}^I + E_{C1}^I = E_{P1}^F$$

$$m g h + \frac{m v_0^2}{2} = m g H$$

simplificando a massa m em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2 g h + v_0^2 = 2 g H$$

$$H = \frac{2 g h + v_0^2}{2 g} \quad (II)$$

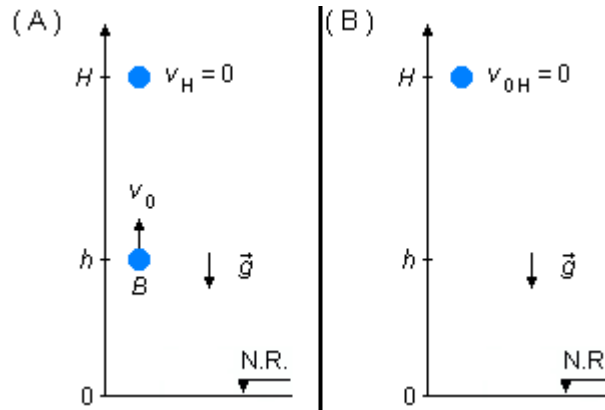


figura 2

Na segunda parte do movimento (figura 2-B) a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P2}^I), devido a altura de onde cai em queda livre e sua *Energia Cinética* (E_{C2}^I) é zero, a esfera parte do repouso. Quando atinge o solo a esfera não possui *Energia Potencial* (E_{P2}^F), sua altura é zero em relação ao referencial, e possui *Energia Cinética* (E_{C2}^F) devido a velocidade com que chega ao solo, a sua velocidade será

$$E_{M2}^I = E_{M2}^F$$

$$E_{P2}^I = E_{C2}^F$$

$$m g H = \frac{m v^2}{2}$$

simplificando a massa m em ambos os lados da igualdade e substituindo a altura H pelo valor encontrado em (II), obtemos

$$g \left(\frac{2 g h + v_0^2}{2 g} \right) = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = 2 g \left(\frac{2 g h + v_0^2}{2 g} \right)$$

$$v^2 = 2 g h + v_0^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h} \quad (II)$$

- Esfera C

Analogamente ao item (a) temos que, inicialmente a esfera possui *Energia Potencial* (E_P^I), devido a altura de onde é lançada em relação ao referencial e *Energia Cinética* (E_C^I), devido a velocidade inicial com que é lançada (v_0), independentemente da direção. Quando atinge o solo sua *Energia Potencial* é nula, pois a altura em relação ao referencial é zero, e

possui *Energia Cinética* (E_C^F), devido a velocidade com que chega ao solo, assim podemos escrever (figura 3)

$$E_M^I = E_M^F$$

$$E_P^I + E_C^I = E_C^F$$

$$m g h + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2}$$

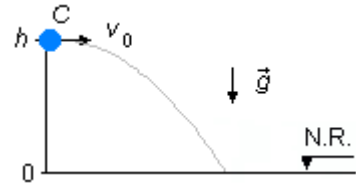


figura 3

simplificando a massa m em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2 g h + v_0^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h} \quad (\text{IV})$$

Comparando as expressões (I), (III) e (VI) vemos que **todas as esferas chegam ao solo com a mesma velocidade.**