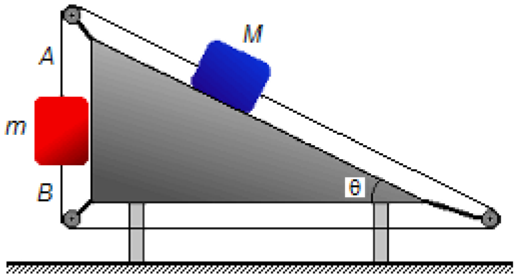
Um plano inclinado foi suspenso de modo que as massas *m* e *M* estão ligadas pelas dois lados por fios *A* e *B*, conforme figura. Desprezando as massas dos fios e os atritos nas polias e sendo dados o ângulo de inclinação do plano igual a θ e a aceleração da gravidade *g*, determine:
a) A aceleração do conjunto, sabendo que a massa *M* está descendo o plano;
b) A diferença entre as tensões T_A e T_B.



Dados do problema

- massa do bloco 1: M;
- massa do bloco 2: m;
- ângulo de inclinação do plano: θ;
- aceleração da gravidade: g.

Esquema do problema

Adotamos a aceleração do sistema no sentido do bloco de massa *M* descendo o plano e a massa *m* subindo (figura 1).

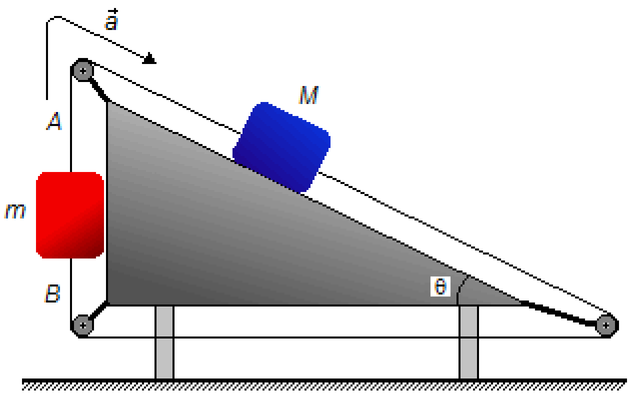


figura 1

Solução

Isolando os corpos e pesquisando as forças que agem em cada um deles aplicamos a *2.ª Lei de Newton*

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

Bloco 1 (figura 2-A):

- $\vec{P}_M$: peso do bloco 1;
- $\vec{N}$: reação normal do plano sobre o bloco 1;
- $\vec{T}_A$: tensão no fio *A;*
- $\vec{T}_B$: tensão no fio *B*.

Adotamos um sistema de referência *xy* com eixo *x* na direção do plano inclinado e sentido descendente. A força peso pode ser decomposta em duas, uma componente paralela ao eixo *x* (P_P) e a outra normal ou perpendicular (P_N). Da figura 2-B vemos que a força peso é perpendicular ao plano horizontal, forma um ângulo de 90º, o ângulo entre o plano inclinado e o plano horizontal é dado como θ, como os ângulos internos de um triângulo devem somar 180º o ângulo entre a força peso e a componente paralela deve ser $\alpha+\theta+90^{\circ}=180^{\circ}\Rightarrow\alpha=180^{\circ}-\theta-90^{\circ}\Rightarrow\alpha=90^{\circ}-\theta$. As componentes do peso nas direções *x* e *y* são perpendiculares entre si, no triângulo à esquerda temos que o ângulo entre as força peso e a componente do peso na direção *y* é $90^{\circ}-\alpha\Rightarrow 90^{\circ}-(90^{\circ}-\theta)\Rightarrow 90^{\circ}-90^{\circ}+\theta\Rightarrow\theta$.

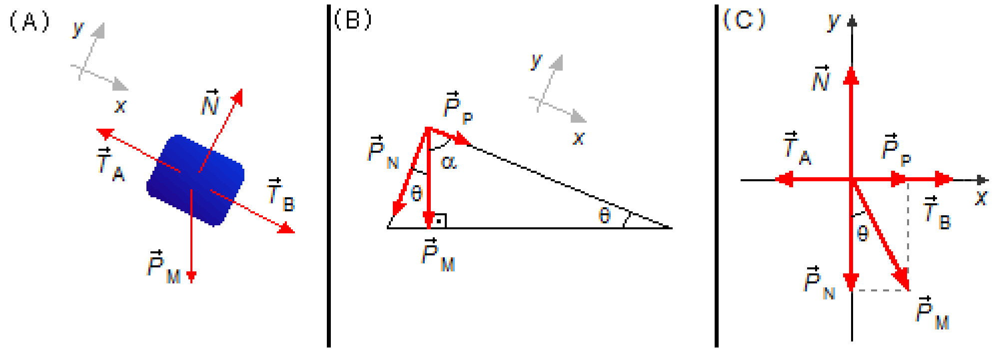


figura 2

Desenhando o vetores num sistema de eixos coordenados na direção *y* a força peso e a reação normal se anulam, não há movimento nesta direção. Na direção *x* da *2.ª Lei de Newton* temos

$$P_P+T_B-T_A=M\,a \tag{I}$$

O ângulo θ é medido com o eixo *y* ao contrário do que se faz usualmente. Da figura 2-C a componente do peso na direção *x* é escrita como

$$P_P=P_M\operatorname{sen}\theta \tag{II}$$

sendo a força peso dada por $P_M=M\,g$, temos, substituindo (II) em (I)

$$M\,g\operatorname{sen}\theta+T_B-T_A=M\,a \tag{III}$$

Bloco 2 (figura 3):

- $\vec{P}_m$: peso do bloco 2;
- $\vec{T}_A$: tensão no fio *A;*
- $\vec{T}_B$: tensão no fio *B*.

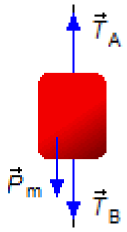


figura 3

Adotamos o sentido positivo para cima no mesmo sentido da aceleração. Na direção horizontal não há forças agindo no bloco, na direção vertical da *2.ª Lei de Newton* obtemos

$$T_A-T_B-P_m=m\,a \tag{IV}$$

a força peso é dada por $P_m=m\,g$, substituindo em (IV), obtemos

$$T_A-T_B-m\,g=m\,a \tag{V}$$

a) Somando as expressões (III) e (V) temos a aceleração do sistema

$$\begin{array}{r|l} & M\,g\operatorname{sen}\theta+T_B-T_A=M\,a \\ & T_A-T_B-m\,g=m\,a \\ \hline \multicolumn{2}{c}{M\,g\operatorname{sen}\theta-m\,g=M\,a+m\,a} \end{array}$$

colocando a aceleração *a* em evidência do lado esquerdo da igualdade e a aceleração da gravidade do lado direito

$$g\,(M\operatorname{sen}\theta-m)=a\,(M+m)$$

$$\boxed{a=g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta-m}{M+m}\right)}$$

b) Substituindo o valor encontrado no item anterior na expressão (V)

$$T_{A}-T_{B}-m\,g=m\,g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta-m}{M+m}\right)$$

$$T_{A}-T_{B}=m\,g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta-m}{M+m}\right)+m\,g$$

colocando o termo $m\,g$ em evidência do lado direito da igualdade, temos

$$T_{A}-T_{B}=m\,g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta-m}{M+m}+1\right)$$

dentro o parênteses o *Mínimo Múltiplo Comum* (*M.M.C.*) entre 1 e (*M*+*m*) será (*M*+*m*), colocando sobre o mesmo denominador obtemos

$$T_{A}-T_{B}=m\,g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta-m+M+m}{M+m}\right)$$

$$T_{A}-T_{B}=m\,g\left(\frac{M\operatorname{sen}\theta+M}{M+m}\right)$$

colocando o termo $\dfrac{M}{M+m}$ em evidência vem

$$\boxed{T_{A}-T_{B}=\frac{M\,m\,g}{M+m}(\operatorname{sen}\theta+1)}$$