

Um carro está em movimento uniformemente acelerado com velocidade inicial v_0 e aceleração α .

a) Calcular a distância percorrida pelo carro no n ésimo segundo (ou seja entre os instantes n e $n-1$);

b) Para $v_0 = 15 \text{ m/s}$ e $\alpha = 1,2 \text{ m/s}^2$, calcular a distância percorrida no primeiro segundo e no décimo quinto segundo.

Esquema do problema

Adotando-se um sistema de referência orientado para direita, vamos chamar de S_n o espaço percorrido pelo carro da origem até o n ésimo segundo e S_{n-1} o espaço percorrido pelo carro da origem até o segundo anterior (figura 1).



figura 1

Dados do problema

- velocidade inicial: v_0 ;
- aceleração: α .

Solução

a) O carro está em *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.)*, a expressão para esse movimento é

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (I)$$

Aplicando esta fórmula para o deslocamento do carro até o instante $t = n - 1$, temos

$$S_{n-1} = S_0 + v_0 (n-1) + \frac{\alpha}{2} (n-1)^2$$

desenvolvendo esta expressão o termo $(n-1)^2$ é um *Produto Notável* da forma $(a-b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$ e podemos escrever

$$\begin{aligned} S_{n-1} &= S_0 + v_0 n - v_0 + \frac{\alpha}{2} (n^2 - 2n + 1) \\ S_{n-1} &= S_0 + v_0 n - v_0 + \frac{\alpha}{2} n^2 - \frac{\alpha}{2} 2n + \frac{\alpha}{2} \\ S_{n-1} &= S_0 + v_0 n - v_0 + \frac{\alpha}{2} n^2 - \alpha n + \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (II)$$

Escrevendo a expressão (I) para o instante $t = n$, obtemos

$$S_n = S_0 + v_0 \cdot n + \frac{\alpha}{2} \cdot n^2 \quad (III)$$

Como queremos o espaço percorrido apenas no n ésimo segundo, temos a condição

$$\Delta S = S_n - S_{n-1}$$

subtraindo (II) de (III), temos

$$\Delta S = S_0 + v_0 \cdot n + \frac{\alpha}{2} \cdot n^2 - \left(S_0 + v_0 \cdot n - v_0 + \frac{\alpha}{2} \cdot n^2 - \alpha \cdot n + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\Delta S = S_0 + v_0 \cdot n + \frac{\alpha}{2} \cdot n^2 - S_0 - v_0 \cdot n + v_0 - \frac{\alpha}{2} \cdot n^2 + \alpha \cdot n - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Delta S = v_0 + \alpha \cdot n - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Delta S = v_0 + \alpha \cdot \left(n - \frac{1}{2} \right)$$

b) Usando a expressão obtida no item anterior e os valores dados temos

- para $n = 1$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \left(\frac{2-1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Delta S = 15 + 0,6$$

$$\Delta S = 15,6 \text{ m}$$

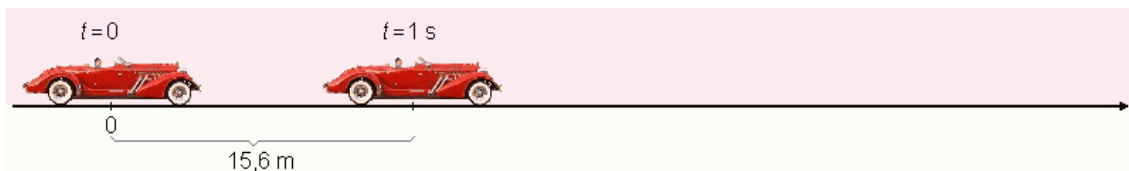


figura 2

- para $n = 15$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \left(15 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \left(\frac{30-1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1,2 \cdot \frac{29}{2}$$

$$\Delta S = 15 + 0,6 \cdot 29$$

$$\Delta S = 15 + 17,4$$

$$\Delta S = 32,4 \text{ m}$$

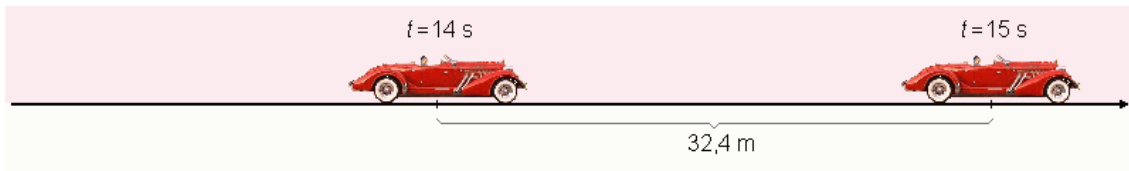


figura 3

observação: no primeiro caso o carro percorre $15,6 \text{ m}$ e este é também o espaço percorrido desde de instante inicial até $t = 1 \text{ s}$, no segundo caso o carro percorre $32,4 \text{ m}$ entre $t = 14 \text{ s}$ e $t = 15 \text{ s}$, mas este não é o ponto da trajetória em que ele se encontra desde que partiu da origem.