De uma plataforma situada a uma altura *h* acima do solo é abandonado um objeto, no mesmo instante outro é lançado do solo segundo a mesma vertical ascendente com velocidade inicial v_0. Sabendo-se que os dois objetos se encontram na metade da altura, calcular *h* em função de v_0 e *g*.

Esquema do problema

Adotamos um sistema de referência orientado de baixo para cima com origem na parte mais baixa de onde é lançado o objeto para cima. A aceleração da gravidade está orientada no sentido contrário da trajetória e é, portanto, negativa ($g < 0$), como o objeto é abandonado do alto da plataforma sua posição inicial será $S_{01} = h$. O objeto lançado de baixo esta na origem sua posição inicial será $S_{02} = 0$ (figura 1-A).

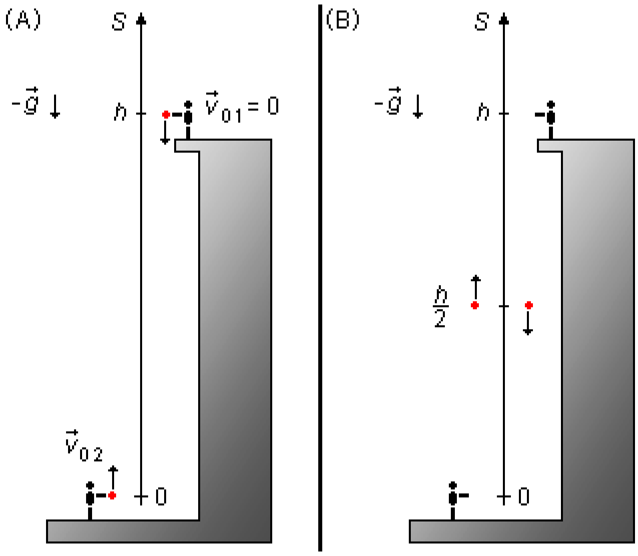

figura 1

Dados do problema

- altura da plataforma: *h* ;
- velocidade inicial do objeto abandonado do alto: $v_{01} = 0$;
- velocidade inicial do objeto lançado para cima: $v_{02} = v_0$;
- aceleração da gravidade: *g*,

Solução

A equação horária do primeiro objeto será

$$S_1 = S_{01} + v_{01}\,t - \frac{g}{2}t^2$$

$$S_1 = h + 0.t - \frac{g}{2}t^2$$

$$S_1 = h - \frac{g}{2}t^2 \qquad \text{(I)}$$

Para a equação horária do segundo objeto temos

$$S_2 = S_{02} + v_{02}\,t - \frac{g}{2}t^2$$

$$S_2 = 0 + v_0\,t - \frac{g}{2}t^2$$

$$S_2 = v_0\,t - \frac{g}{2}t^2 \qquad \text{(II)}$$

Quando os objetos se encontram temos a condição de que estão na metade da queda, substituindo a condição, $S_1 = \dfrac{h}{2}$, na expressão (I), obtemos

$$\frac{h}{2}=h-\frac{g}{2}t^{2}$$
$$\frac{g}{2}t^{2}=h-\frac{h}{2}$$

do lado direito da igualdade o *Mínimo Múltiplo Comum* (*M.M.C.*) entre 1 e 2 é 2, assim

$$\frac{g}{2}t^{2}=\frac{2h-h}{2}$$
$$\frac{g}{2}t^{2}=\frac{h}{2}$$

simplificando o denominador 2 de ambos os lados da igualdade, temos o tempo para o encontro dos objetos

$$g\,t^{2}=h$$
$$t^{2}=\frac{h}{g}$$
$$t=\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad \text{(III)}$$

Como os objetos se encontram na metade da altura temos também que $S_2=\frac{h}{2}$, substituindo este valor e o valor encontrado em (**III**) na expressão (**II**), obtemos

$$\frac{h}{2}=v_0\sqrt{\frac{h}{g}}-\frac{g}{2}\left(\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^{2}$$
$$\frac{h}{2}=v_0\sqrt{\frac{h}{g}}-\frac{g}{2}\frac{h}{g}$$
$$\frac{h}{2}=v_0\sqrt{\frac{h}{g}}-\frac{h}{2}$$
$$\frac{h}{2}+\frac{h}{2}=v_0\sqrt{\frac{h}{g}}$$
$$h=v_0\sqrt{\frac{h}{g}}$$

elevando os dois lados da igualdade ao quadrado, temos

$$h^{2}=\left(v_0\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^{2}$$
$$h^{2}=v_0^{2}\frac{h}{g}$$
$$\frac{h^{2}}{h}=\frac{v_0^{2}}{g}$$
$$\boxed{h=\frac{v_0^{2}}{g}}$$