

Um carro em trajetória retilínea faz metade do percurso com velocidade média v_1 e a outra metade com velocidade média v_2 . Determine a velocidade média v_m do percurso todo.

Esquema do problema

Vamos chamar cada metade do percurso de ΔS e os tempos gastos em cada metade do percurso de Δt_1 e Δt_2 , assim esquematizamos o problema

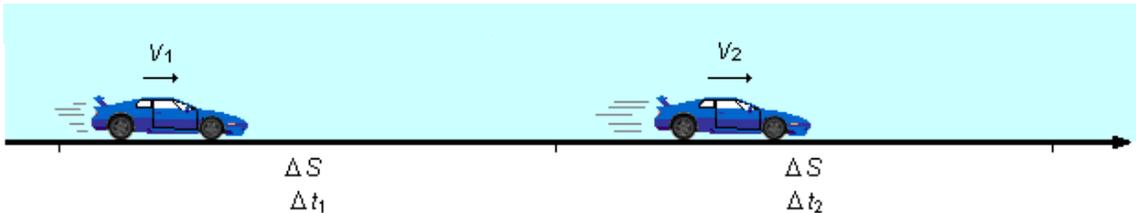


figura 1

Dados do problema

- velocidade do carro na primeira metade do percurso: v_1 ;
- velocidade do carro na segunda metade do percurso: v_2 .

Solução

Como cada metade do percurso é ΔS , o percurso total será

$$\Delta S_t = \Delta S + \Delta S = 2\Delta S$$

Temos agora que achar o tempo que o carro leva para percorrer cada metade do percurso, isto será feito a partir da equação para a velocidade média

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i} \quad (I)$$

vamos reescrever esta equação para o primeiro trecho da seguinte maneira

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S}{v_1} \quad (II)$$

analogamente para o segundo trecho a equação fica

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S}{v_2} \quad (III)$$

O tempo total Δt da viagem será a soma das expressões (II) e (III) dadas acima, assim podemos escrever a equação (I) para a velocidade média de todo o percurso

$$v_m = \frac{\Delta S_t}{\Delta t}$$

$$v_m = \frac{\Delta S_t}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$v_m = \frac{2\Delta S}{\frac{\Delta S}{v_1} + \frac{\Delta S}{v_2}}$$

o *Mínimo Múltiplo Comum* (M.M.C.) entre as frações do denominador será $v_1 \cdot v_2$ tirando-se o mínimo podemos escrever

$$v_m = \frac{2\Delta S}{\frac{\Delta S \cdot v_2 + \Delta S \cdot v_1}{v_1 \cdot v_2}}$$

colocando-se ΔS em evidência em cima e em baixo e invertendo o denominador temos

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta S} \cdot \frac{2v_1 \cdot v_2}{(v_1 + v_2)}$$

o resultado final é

$$v_m = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$