Um carro parte do repouso em *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado* (*M.R.U.V.*). O carro percorre 100 m e 120 m em segundos sucessivos. Determinar a aceleração do movimento.

Esquema do problema

Adota-se um sistema de referência orientado para a direita e que o carro parte da origem ($S_0 = 0$)

Após t segundos da partida o carro percorre uma distância de S metros. Então no intervalo de tempo de 1 segundo, entre t e (t +1) segundos, percorre o espaço de 100 metros chegando na posição (S +100) metros.

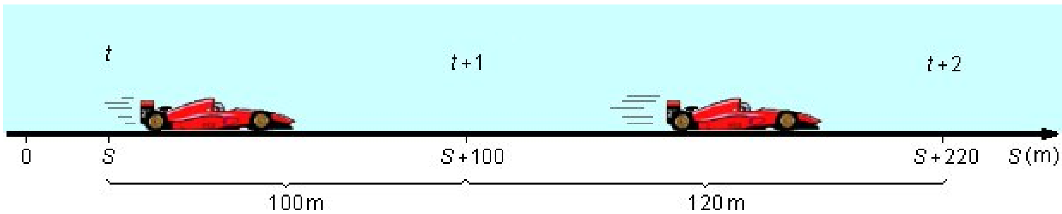

figura 1

No próximo intervalo de tempo de 1 segundo, entre (t +1) e (t +2) segundos, percorre o espaço de 120 metros chegando na posição (S +220) metros.

Dados do problema

- velocidade inicial do carro: $v_0 = 0$;
- distância percorrida entre t e (t +1) segundos: $S_2 - S_1 = 100\ \text{m}$;
- distância percorrida entre (t +1) e (t +2) segundos: $S_3 - S_2 = 120\ \text{m}$.

Solução

O carro está em *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado* (*M.R.U.V.*), a equação deste movimento é dada por

$$S = S_0 + v_0\, t + \frac{a}{2}\, t^2 \tag{I}$$

Escrevendo esta equação para o movimento do carro entre a origem ($S_0 = 0$) e o ponto S. temos

$$S = 0 + 0.t + \frac{a}{2}\, t^2$$

$$S = \frac{a}{2}\, t^2 \tag{II}$$

Escrevendo a expressão (I) para o movimento do carro entre a origem ($S_0 = 0$) e o ponto (S +100). temos

$$S + 100 = 0 + 0.t + \frac{a}{2}\,(t+1)^2$$

$$S + 100 = \frac{a}{2}\,(t+1)^2 \tag{III}$$

Escrevendo a expressão (I) para o movimento do carro entre a origem ($S_0 = 0$) e o ponto (S +220). temos

$$S+220=0+0.t+\frac{a}{2}\left(t+2\right)^{2}$$

$$S+220=\frac{a}{2}\left(t+2\right)^{2} \qquad \text{(IV)}$$

As expressões (II), (III) e (IV) formam um sistema de três equações a três incógnitas (S,a e t)

$$\left|\begin{array}{ll} S=\dfrac{a}{2}t^{2} & \text{(II)}\\ S+100=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2} & \text{(III)}\\ S+220=\dfrac{a}{2}\left(t+2\right)^{2} & \text{(IV)} \end{array}\right.$$

subtraindo (II) de (III) obtemos

$$\begin{array}{rl} & S+100=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}\\ (-) & S=\dfrac{a}{2}t^{2}\\ \hline & S+100-S=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}-\dfrac{a}{2}t^{2}\\ & 100=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}-\dfrac{a}{2}t^{2} \end{array}$$

colocando o termo $\frac{a}{2}$ em evidência do lado direito da igualdade, escrevemos

$$100=\frac{a}{2}\left[\left(t+1\right)^{2}-t^{2}\right]$$

o primeiro termo entre colchetes é um *Produto Notável* da forma $\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+2\,a\,b+b^{2}$, desenvolvendo este termo, obtemos

$$100=\frac{a}{2}\left[t^{2}+2t+1-t^{2}\right]$$

$$100=\frac{a}{2}\left(2t+1\right) \qquad \text{(V)}$$

subtraindo (III) de (IV), temos

$$\begin{array}{rl} & S+220=\dfrac{a}{2}\left(t+2\right)^{2}\\ (-) & S+100=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}\\ \hline & S+220-\left(S+100\right)=\dfrac{a}{2}\left(t+2\right)^{2}-\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}\\ & S+220-S-100=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}-\dfrac{a}{2}t^{2}\\ & 120=\dfrac{a}{2}\left(t+1\right)^{2}-\dfrac{a}{2}t^{2} \end{array}$$

colocando o termo $\dfrac{a}{2}$ em evidência do lado direito da igualdade, escrevemos

$$120=\frac{a}{2}\left[\left(t+2\right)^{2}-\left(t+1\right)^{2}\right]$$

os dois termos entre colchetes são *Produtos Notáveis* da forma $\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+2\,a\,b+b^{2}$, desenvolvendo estes termos, obtemos

$$120=\frac{a}{2}\left[t^{2}+2.2\,t+2^{2}-\left(t^{2}+2t+1\right)\right]$$

$$120=\frac{a}{2}\left[t^{2}+4t+4-t^{2}-2t-1\right]$$

$$120=\frac{a}{2}\left(2t+3\right) \qquad \text{(VI)}$$

As expressões (V) e (VI) formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (*a* e *t*)

$$\left|\begin{array}{ll} 100=\dfrac{a}{2}\left(2t+1\right) & \text{(V)}\\ 120=\dfrac{a}{2}\left(2t+3\right) & \text{(VI)}\end{array}\right.$$

subtraindo (V) de (VI), temos

$$\begin{array}{rr} & 120=\dfrac{a}{2}\left(2t+3\right)\\ (-) & 100=\dfrac{a}{2}\left(2t+1\right)\\ \hline & 120-100=\dfrac{a}{2}\left(2t+3\right)-\dfrac{a}{2}\left(2t+1\right)\end{array}$$

colocando o termo $\dfrac{a}{2}$ em evidência do lado direito da igualdade, escrevemos

$$20=\frac{a}{2}\left[\left(2t+3\right)-\left(2t+1\right)\right]$$

$$20=\frac{a}{2}\left[2t+3-2t-1\right]$$

$$20=\frac{a}{2}.2$$

$$\boxed{a=20\ \text{m/s}^{2}}$$