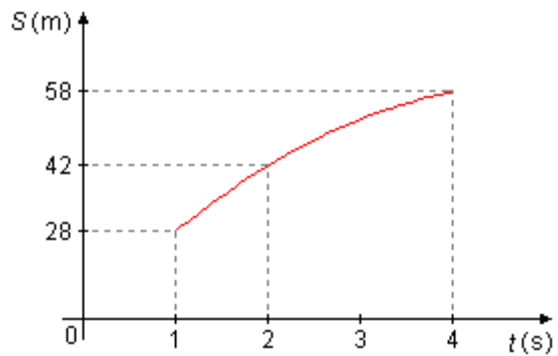


Um ponto material realiza um movimento descrito por uma equação horária do 2.º grau em t de acordo com a figura ao lado. Determine:

- A equação horária do movimento;
- O instante em que o movimento passa de progressivo a retrógrado ou regressivo;
- A equação horária da velocidade;
- O gráfico da velocidade.



Solução

- a) A expressão geral para uma *Equação do 2.º Grau* é

$$S = a t^2 + b t + c \quad (I)$$

A partir do gráfico podemos obter 3 pontos $(t_1, S_1) = (1, 28)$, $(t_2, S_2) = (2, 42)$ e $(t_4, S_4) = (4, 58)$, substituindo estes pontos na expressão (I), temos

$$\begin{cases} 28 = a 1^2 + b 1 + c \\ 42 = a 2^2 + b 2 + c \\ 58 = a 4^2 + b 4 + c \end{cases} \quad (II)$$

$$\begin{cases} a + b + c = 28 \\ 4 a + 2 b + c = 42 \\ 16 a + 4 b + c = 58 \end{cases} \quad (III)$$

$$\begin{cases} a + b + c = 28 \\ 16 a + 4 b + c = 58 \end{cases} \quad (IV)$$

as expressões (II), (III) e (IV) formam um sistema de três equações a três incógnitas (a, b e c), subtraindo (II) de (III) obtemos

$$\begin{array}{r} 4 a + 2 b + c = 42 \\ (-) \quad a + b + c = 28 \\ \hline 3 a + b + 0 = 14 \\ 3 a + b = 14 \end{array} \quad (V)$$

subtraindo (III) de (IV), temos

$$\begin{array}{r} 16 a + 4 b + c = 58 \\ (-) \quad 4 a + 2 b + c = 42 \\ \hline 12 a + 2 b + 0 = 16 \\ 12 a + 2 b = 16 \end{array} \quad (VI)$$

- b) As expressões (V) e (VI) formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (a e b)

$$\begin{cases} 3 a + b = 14 \\ 12 a + 2 b = 16 \end{cases} \quad (V)$$

$$\begin{cases} 3 a + b = 14 \\ 12 a + 2 b = 16 \end{cases} \quad (VI)$$

isolando o valor de b na equação (V) e substituindo e (VI), obtemos

$$b = 14 - 3a \quad (\text{VII})$$

$$12a + 2 \cdot (14 - 3a) = 16$$

$$12a + 28 - 6a = 16$$

$$6a = 16 - 28$$

$$a = -\frac{12}{6}$$

$$a = -2$$

substituindo este valor na expressão (VII)

$$b = 14 - 3 \cdot (-2)$$

$$b = 14 + 6$$

$$b = 20$$

substituindo os valores de a e b em (II)

$$-2 + 20 + c = 28$$

$$c = 28 + 2 - 20$$

$$c = 10$$

Substituindo a , b e c em (I) temos a expressão horária do movimento

$$S = 10 + 20t - 2t^2$$

Observação: comparando com a equação do *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado* (M.R.U.V.), $S = S_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$, vemos que o espaço inicial vale $S_0 = 10$ m, a velocidade

inicial $v_0 = 20$ m/s e a aceleração $\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = -2 \cdot 2 \Rightarrow a = -4$ m/s²

b) A equação que descreve o movimento é uma parábola com o coeficiente a negativo ($a < 0$), esta parábola possui concavidade voltada para baixo ("boca" para baixo). O movimento é inicialmente progressivo (o espaço aumenta) até um instante em que se inverte e começa a ser retrógrado (o espaço diminui), este ponto é o vértice da parábola (gráfico 1) dado por

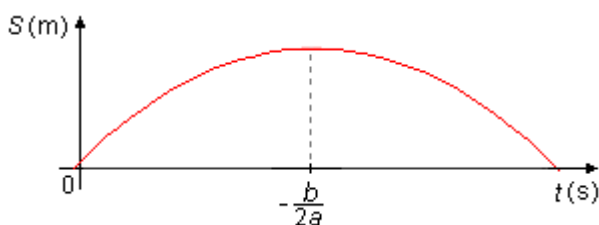


gráfico 1

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{v_0}{2a}$$

$$t = -\frac{20}{2 \cdot (-2)}$$

$$t = -\frac{20}{-4}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

c) Usando os dados obtidos no item (a) para a velocidade inicial ($v_0 = 20$ m/s) e para a aceleração ($a = -4$ m/s²), a equação horária da velocidade será

$$v = 20 - 4t$$

d) Para a construção do gráfico da velocidade em função do tempo, $v = f(t)$ usamos a equação do item (c) atribuindo valores a t e obtendo v , construímos a tabela 1 e com os valores da tabela fazemos o gráfico 2

t (s)	$v(t)$ (m/s)
0	20
2	12
4	4
6	-4
8	-12
10	-20

tabela 1

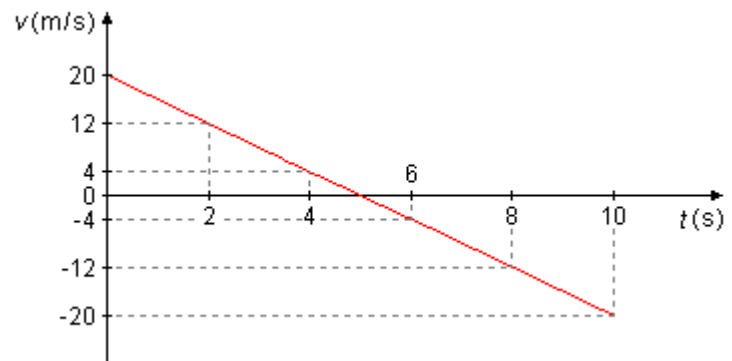


gráfico 2