

Dois trens de 120 e 280 metros de comprimento movem-se em linhas paralelas retilíneas e com velocidade constantes. Quando os dois trens se movem no mesmo sentido são necessários 20 segundos para que o primeiro trem ultrapasse o segundo, quando movem-se em sentidos opostos são necessários 10 segundos para que um passe pelo outro.. Determinar as velocidades dos trens.

Dados do problema

- comprimento do trem 1: $d_1 = 120 \text{ m}$;
- comprimento do trem 2: $d_2 = 280 \text{ m}$;
- intervalo de tempo para ultrapassagem no mesmo sentido: $t_A = 20 \text{ s}$;
- intervalo de tempo para ultrapassagem em sentidos opostos: $t_B = 10 \text{ s}$.

Esquema do problema

Os dois trens possuem dimensões relevantes para o problema eles são considerados objetos extensos.

Se eles se movem no mesmo sentido a ultrapassagem começa quando a *parte dianteira do trem de trás* alcança a *parte traseira do trem da frente* e termina quando a *parte traseira do primeiro trem* passa pela *parte da frente do segundo trem*.

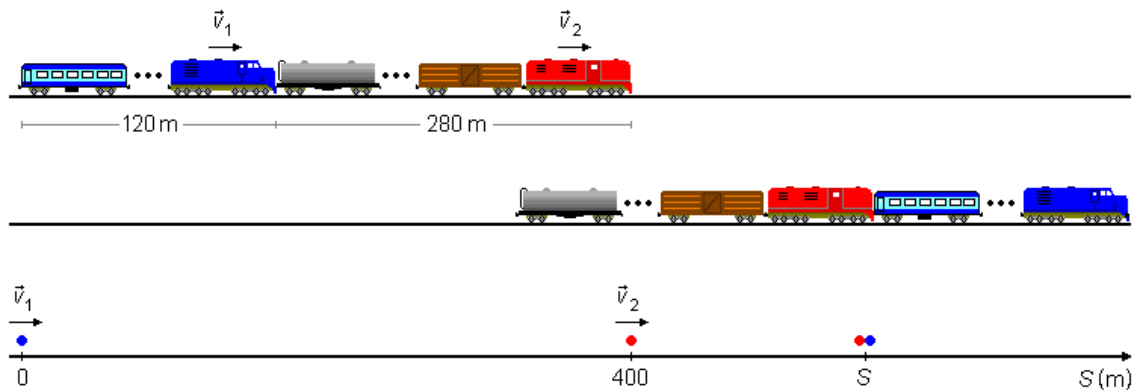


figura 1

Tomando um sistema de referência orientado para a direita, o problema pode ser reduzido a um ponto material, que representa a parte traseira do primeiro trem na origem do referencial ($S_{01} = 0$) com velocidade v_1 , em módulo, e outro ponto material que representa a parte dianteira do segundo trem num ponto dado pela soma dos comprimentos dos dois trens $120+280=400 \text{ m}$ a frente ($S_{02} = 400 \text{ m}$) com velocidade v_2 . A ultrapassagem ocorre quando estes dois pontos se encontram (figura 1).

Se eles se movem em sentidos opostos a ultrapassagem começa quando a *parte dianteira do trem de trás* encontra a *parte dianteira do trem da frente* e termina quando a *parte traseira do primeiro trem* passa pela *parte traseira do segundo trem*.

Tomando um sistema de referência orientado para a direita, o problema pode ser reduzido a um ponto material, que representa a parte traseira do primeiro trem na origem do referencial ($S_{01} = 0$) com velocidade v_1 , em módulo, e outro ponto material que representa a parte traseira do segundo trem num ponto dado pela soma dos comprimentos dos dois trens $120+280=400 \text{ m}$ a frente ($S_{02} = 400 \text{ m}$) com velocidade $-v_2$. A ultrapassagem ocorre quando estes dois pontos se cruzam (figura 2).

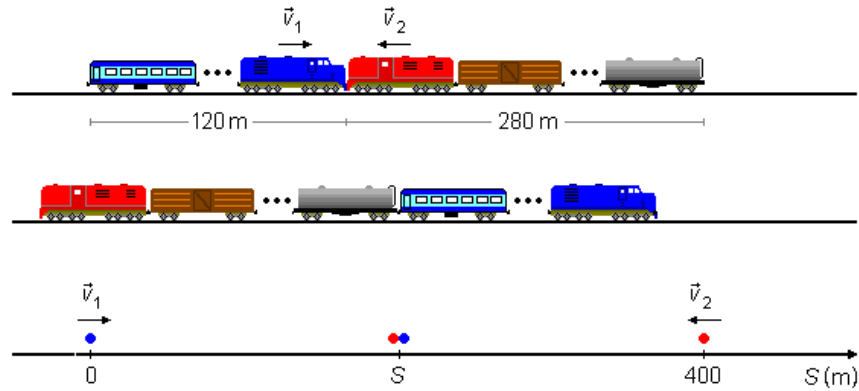


figura 2

Solução

Os dois pontos estão em *Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U.)* escrevendo as equações horárias dos dois pontos, temos, pela figura 1, para o primeiro trem

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{01} + v_1 t_A \\ S_1 &= 0 + v_1 20 \\ S_1 &= 20 v_1 \end{aligned} \quad (\text{I})$$

e para o segundo trem

$$\begin{aligned} S_2 &= S_{02} + v_2 t_B \\ S_2 &= 400 + 20 v_2 \end{aligned} \quad (\text{II})$$

Impondo a condição de que quando os dois móveis se encontram eles ocupam o mesmo espaço na trajetória igualamos (I) e (II)

$$\begin{aligned} S_1 &= S_2 \\ 20 v_1 &= 400 + 10 v_2 \\ 20 v_1 - 20 v_2 &= 400 \end{aligned} \quad (\text{III})$$

Escrevendo as equações horárias dos dois pontos para o movimento em sentidos opostos, temos, pela figura 2, para o primeiro trem

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{01} + v_1 t_A \\ S_1 &= 0 + v_1 20 \\ S_1 &= 10 v_1 \end{aligned} \quad (\text{IV})$$

e para o segundo trem

$$\begin{aligned} S_2 &= S_{02} - v_2 t_B \\ S_2 &= 400 - 10 v_2 \end{aligned} \quad (\text{V})$$

Impondo a condição de que quando os dois móveis se cruzam eles ocupam o mesmo espaço na trajetória igualamos (IV) e (V)

$$\begin{aligned} S_1 &= S_2 \\ 10 v_1 &= 400 - 10 v_2 \end{aligned}$$

$$10 v_1 + 10 v_2 = 400 \quad (\text{VI})$$

As expressões (III) e (VI) formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (v_1 e v_2)

$$\begin{cases} 20 v_1 - 20 v_2 = 400 & (\text{III}) \\ 10 v_1 + 10 v_2 = 400 & (\text{VI}) \end{cases}$$

multiplicando a expressão (VI) por 2 e somando com (III), temos

$$\begin{array}{r} 20 v_1 - 20 v_2 = 400 \\ 10 v_1 + 10 v_2 = 400 \quad (\times 2) \\ \hline 20 v_1 - 20 v_2 = 400 \\ 20 v_1 + 20 v_2 = 800 \\ \hline 40 v_1 + 0 v_2 = 1200 \\ 40 v_1 = 1200 \\ v_1 = \frac{1200}{40} \\ \boxed{v_1 = 30 \text{ m/s}} \end{array}$$

Substituindo este valor de v_1 em qualquer uma das expressões (II) ou (VI) obtemos o valor de v_2 , substituindo em (VI)

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 30 + 10 v_2 = 400 \\ 300 + 10 v_2 = 400 \\ 10 v_2 = 400 - 300 \\ 10 v_2 = 100 \\ v_2 = \frac{100}{10} \\ \boxed{v_2 = 10 \text{ m/s}} \end{array}$$